

Correction : DP n° 1

Exercice 1 :

On a :

1. $-3 \notin \mathbb{N}$
2. $0,569 = \frac{569}{1000}$ donc $0,569 \in \mathbb{Q}$
3. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ donc $\frac{3}{6} \in \mathbb{D}$
4. $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ résultat démontré en cours
5. $(-5)^2 = 25$ donc $(-5)^2 \in \mathbb{N}$
6. $-\frac{10}{2} = -5$ donc $-\frac{10}{2} \in \mathbb{Z}$
7. $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$
8. $\sqrt{49} = 7$ donc $\sqrt{49} \in \mathbb{Z}$
9. $-\sqrt{16} = -4$ donc $-\sqrt{16} \in \mathbb{Z}$
10. $-\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$ donc $-\frac{3}{9} \notin \mathbb{D}$

Exercice 2 :

Soit $I = [-2, 3; 4, 78[$, alors :

1. le plus grand intervalle J ayant des bornes entières tel que $J \subset I$ est $J = [-2; 4]$;
2. le plus petit intervalle K dont les bornes sont des décimaux (ayant trois décimales) tel que $I \subset K$ est $K = [-2, 301; 4, 781]$;

Exercice 3 :

Résolvons les inéquations suivantes :

1. $\frac{1}{2}x - 4 < 3x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 3x < 4 + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{6}{2}x < \frac{12}{3} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x < \frac{13}{3} \Leftrightarrow x > \frac{13}{3} \left(-\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow x > -\frac{26}{15}$.

Donc $\mathcal{S} = \left] -\frac{26}{15}; +\infty \right[$.

2. $5(2-x) + 10 < 3 - 5x \Leftrightarrow 10 - 5x + 10 < 3 - 5x \Leftrightarrow 20 - 5x < 3 - 5x \Leftrightarrow -5x + 5x < 3 - 20 \Leftrightarrow 0 < -17$
Cette inéquation est toujours fausse, on a donc $\mathcal{S} = \emptyset$.

3. $5 - x < 1 - 4x$ et $3 + 2x \leq -x + 6$:

• $5 - x < 1 - 4x \Leftrightarrow 4x - x < 1 - 5 \Leftrightarrow 3x < -4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$

• $3 + 2x \leq -x + 6 \Leftrightarrow 2x + x \leq 6 - 3 \Leftrightarrow 3x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 1$

Par conséquent il faut que $x < -\frac{4}{3}$ et $x \leq 1$, c.à.d $x < -\frac{4}{3}$.

Donc $\mathcal{S} = \left] -\infty; -\frac{4}{3} \right[$.

Exercice 4 :

Résolvons dans $\mathbb{R}$:

1. $|x + 3| > 2 \Leftrightarrow |x - (-3)| > 2$:

sur une droite munie d'un repère soient les points $A(-3)$ et $M(x)$, alors $|x - (-3)| = AM$.

Ainsi $|x - (-3)| > 2 \Leftrightarrow AM > 2$; donc $\mathcal{S} =] -\infty; -5[\cup] -1; +\infty[$.

2. $|x - 2| = -3$ On sait qu'une valeur absolue est toujours positive, cette équation est impossible; donc $\mathcal{S} = \emptyset$.

3. $|x - 15| \leq 3$:

sur une droite munie d'un repère soient les points $A(15)$ et $M(x)$, alors $|x - 15| = AM$.

Ainsi $|x - 15| \leq 3 \Leftrightarrow AM \leq 3$; donc $\mathcal{S} = [12; 18]$.