CORRECTION : DM n° 2

Exercice 1 : *ex 102 p 59*

Soit m est un réel ; (E) : $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$ est une équation de degré 2 avec $a = 1$, $b = m+1$ et $c = -m^2 + 1$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (m+1)^2 - 4(-m^2+1) = 5m^2 + 2m - 3 = P(m)$, qui est un polynôme de degré 2.
Le nombre de solutions de (E) dépend du signe de $P(m)$.
Nous devons donc chercher le signe de $P(m)$: ses coefficients sont $a = 5$, $b = 2$ et $c = -3$; $m_1 = -1$ est racine évidente de P, et $m_1 \times m_2 = \dfrac{c}{a} \Leftrightarrow m_2 = \dfrac{3}{5}$.

$P(m)$ est du signe de $a = 5$ sauf entre ses racines, ce qui donne le tableau de signe suivant :

m	$-\infty$		-1		$\frac{3}{5}$		$+\infty$
$5m^2 + 2m - 3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi :
- si $m \in \left]-1 ; \dfrac{3}{5}\right[$: $P(m) < 0$, c.à.d $\Delta < 0$, donc l'équation (E) n'admet aucune solution ;
- si $m = -1$ ou $m = \dfrac{3}{5}$ c.à.d $m \in \left\{-1 ; \dfrac{3}{5}\right\}$: $P(m) = 0$, c.à.d $\Delta = 0$, donc l'équation (E) admet une unique solution ;
- si $m \in]-\infty ; -1[\cup \left]\dfrac{3}{5} ; +\infty\right[$: $P(m) > 0$, c.à.d $\Delta > 0$, donc l'équation (E) admet deux solutions.